

II Esonero

Cognome	
Nome	
Matricola	

Esercizio 1.

- (a) Una popolazione è distribuita uniformemente nell'intervallo $[0, A]$ con A ignoto. Dato un campione X_1, \dots, X_n trovare lo stimatore di massima verosimiglianza per A . [**4 punti**]
- (b) Lo stimatore sarà corretto ? (Sugg: considerare il caso $n = 1$) [**3 punti**]

Nome: _____

Esercizio 2. La variabile (logaritmo della concentrazione di D-dimero) $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ è un indicatore del rischio di trombosi. Per individui sani si assume $\mu = -1$ mentre per individui a rischio $\mu = 0$. In entrambi i casi $\sigma^2 = 0.09$.

- (a) Dr House, per non allarmare inutilmente i pazienti, quale ipotesi dovrebbe testare, $\mathcal{H}_0 : \mu = -1$ oppure $\mathcal{H}_0^* : \mu = 0$? [**4 punti**]
- (b) Testiamo l'ipotesi $\mathcal{H}_0 : \mu = -1$. Per quali valori di X dovremo rifiutare \mathcal{H}_0 a un livello di significatività del 5% ? [**4 punti**]

Nome: _____

Esercizio 3. Le compagnie A e B producono frigoriferi. Il numero di quelli prodotti dalla compagnia A con un difetto entro il primo anno di garanzia è una variabile casuale con media p_A e varianza $\sigma^2 = 4$. Per la compagnia B questi dati diventano p_B e $\sigma^2 = 4$. In una partita di 50 frigoriferi della compagnia A 12 hanno avuto un difetto entro il primo anno mentre in una partita di 60 frigoriferi della compagnia B quelli difettosi sono stati 8. Trovare un intervallo di confidenza al 95% per:

(a) p_A [**3 punti**]

(b) $p_A - p_B$ [**4 punti**]

Nome: _____

Esercizio 4.

- (a) Dimostrare la legge debole dei grandi numeri. [**4 punti**]
- (b) Una variabile casuale positiva ha media 1. Cosa posso dire sulla probabilità di osservare un valore maggiore di 10 ? [**3 punti**]

Nome: _____

Esercizio 5. Consideriamo le seguenti coppie di dati (x, y) per le quali si ipotizza una regressione lineare della forma $y = ax + b$.

x	y	xy	x^2
0	2	0	0
1	3	3	1
2	5	10	4
3	4	12	9
4	6	24	16
$\sum x = 10$	$\sum y = 20$	$\sum xy = 49$	$\sum x^2 = 30$

- (a) Come si trovano a, b con il metodo dei minimi quadrati ? [**3 punti**]
- (b) Usando i dati della tabella trovare la retta della regressione lineare $y = ax + b$. [**2 punti**]