

## II Esonero

Cognome	
Nome	
Matricola	

### Esercizio 1.

- (a) Una popolazione è distribuita uniformemente nell'intervallo  $[0, A]$  con  $A$  ignoto. Dato un campione  $X_1, \dots, X_n$  trovare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $A$ . [ **4 punti** ]
- (b) Lo stimatore sarà corretto ? (Sugg: considerare il caso  $n = 1$ ) [ **3 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 2.** La variabile (logaritmo della concentrazione di D-dimero)  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  è un indicatore del rischio di trombosi. Per individui sani si assume  $\mu = -1$  mentre per individui a rischio  $\mu = 0$ . In entrambi i casi  $\sigma^2 = 0.09$ .

- (a) Dr House, per non allarmare inutilmente i pazienti, quale ipotesi dovrebbe testare,  $\mathcal{H}_0 : \mu = -1$  oppure  $\mathcal{H}_0^* : \mu = 0$  ? [ **4 punti** ]
- (b) Testiamo l'ipotesi  $\mathcal{H}_0 : \mu = -1$ . Per quali valori di  $X$  dovremo rifiutare  $\mathcal{H}_0$  a un livello di significatività del 5% ? [ **4 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 3.** Le compagnie  $A$  e  $B$  producono frigoriferi. Il numero di quelli prodotti dalla compagnia  $A$  con un difetto entro il primo anno di garanzia è una variabile casuale con media  $p_A$  e varianza  $\sigma^2 = 4$ . Per la compagnia  $B$  questi dati diventano  $p_B$  e  $\sigma^2 = 4$ . In una partita di 50 frigoriferi della compagnia  $A$  12 hanno avuto un difetto entro il primo anno mentre in una partita di 60 frigoriferi della compagnia  $B$  quelli difettosi sono stati 8. Trovare un intervallo di confidenza al 95% per:

(a)  $p_A$  [ **3 punti** ]

(b)  $p_A - p_B$  [ **4 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 4.**

- (a) Dimostrare la legge debole dei grandi numeri. [ **4 punti** ]
- (b) Una variabile casuale positiva ha media 1. Cosa posso dire sulla probabilità di osservare un valore maggiore di 10 ? [ **3 punti** ]

Nome: \_\_\_\_\_

**Esercizio 5.** Consideriamo le seguenti coppie di dati  $(x, y)$  per le quali si ipotizza una regressione lineare della forma  $y = ax + b$ .

x	y	xy	$x^2$
0	2	0	0
1	3	3	1
2	5	10	4
3	4	12	9
4	6	24	16
$\sum x = 10$	$\sum y = 20$	$\sum xy = 49$	$\sum x^2 = 30$

- (a) Come si trovano  $a, b$  con il metodo dei minimi quadrati ? [ **3 punti** ]
- (b) Usando i dati della tabella trovare la retta della regressione lineare  $y = ax + b$ . [ **2 punti** ]